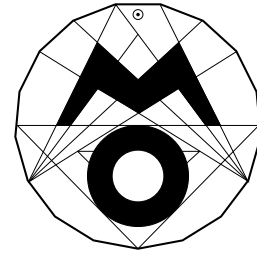


56. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (Bundesrunde)
Olympiadeklasse 8
Aufgaben – 1. Tag



© 2017 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

560841

Ermittle die größte und die kleinste aller natürlichen Zahlen, welche folgende Eigenschaften besitzen:

- (1) Die Ziffernfolge der Zahl enthält nur die Ziffern 1 oder 2.
- (2) Die Quersumme der Zahl ist 72.
- (3) Die Zahl ist durch 72 teilbar.

560842

Gegeben sind ein spitzwinkliges Dreieck ABC und Punkte D , E , F und G mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Seite \overline{AC} ist kürzer als die Seite \overline{BC} .
- (2) Der Punkt D ist der Fußpunkt der zur Seite \overline{AB} gehörenden Höhe des Dreiecks ABC .
- (3) Der Punkt E ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Winkels $\sphericalangle ACB$ mit der Seite \overline{AB} .
- (4) Der Punkt F ist der Fußpunkt der zur Seite \overline{BC} gehörenden Höhe des Dreiecks BCE .
- (5) Der Punkt G ist der Schnittpunkt der Geraden CE und DF .

Weise nach, dass die Punkte A , D , G und C auf einem Kreis liegen.

560843

Ein Rechteck wird als $m \times n$ -Rechteck bezeichnet, wenn seine Seitenlängen m und n positive ganze Zahlen sind und $m \geq n$ gilt.

Ein solches $m \times n$ -Rechteck soll wie bei einem Puzzle vollständig durch Verwendung von Puzzleteilen ausgelegt werden, wobei die Puzzleteile 3×1 - und 5×2 -Rechtecke sind.

- a) Weise nach, dass man ein 7×4 -Rechteck und ein 7×7 -Rechteck auslegen kann.
- b) Ermittle alle Paare (m, n) , für die $m \times n$ -Rechtecke nicht ausgelegt werden können.