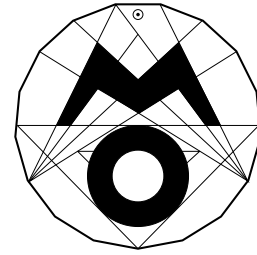


**56. Mathematik-Olympiade**  
**4. Stufe (Bundesrunde)**  
**Olympiadeklasse 11**  
**Aufgaben – 2. Tag**



© 2017 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*  
[www.mathematik-olympiaden.de](http://www.mathematik-olympiaden.de). Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.*

561144

Gegeben sei ein Sehnenviereck  $ABCD$ . Der Punkt  $P$  liege so auf der Geraden  $AB$ , dass der Kreis durch  $C$ ,  $D$  und  $P$  die Gerade  $AB$  berührt. Entsprechend liege  $Q$  so auf der Geraden  $CD$ , dass der Kreis durch  $A$ ,  $B$  und  $Q$  die Gerade  $CD$  berührt.

Man beweise, dass der Punkt  $P$  von der Geraden  $CD$  denselben Abstand hat wie der Punkt  $Q$  von der Geraden  $AB$ .

561145

Man beweise, dass für alle nicht negativen Zahlen  $x, y, z$  mit  $x + y + z = 1$

$$1 \leq \frac{x}{1-yz} + \frac{y}{1-zx} + \frac{z}{1-xy} < \frac{5}{4}$$

gilt.

561146

Man zeige, dass unendlich viele positive ganze Zahlen  $m$  existieren, für die es  $m$  aufeinanderfolgende Quadratzahlen gibt, deren Summe gleich  $m^3$  ist, und gebe eine Lösung mit  $m > 1$  an.